

“Todos modelos são errados, mas alguns são úteis”(Box, G. E. P, 1979).

Máquinas de Estados

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

Máquina de Estados Finita

Máquina de Estados Finita

Finite-State Machine (FSM)

Circuito que passa por uma sequência (finita) de **estados** pré-determinados

A mudança de estados é controlada por um clock ou algum outro sinal de entrada.

Máquina de Moore

Em uma máquina de **Moore**, a **saída depende apenas do estado atual**

As **entradas externas e o clock** (ou similar) ditam qual será o **próximo estado**

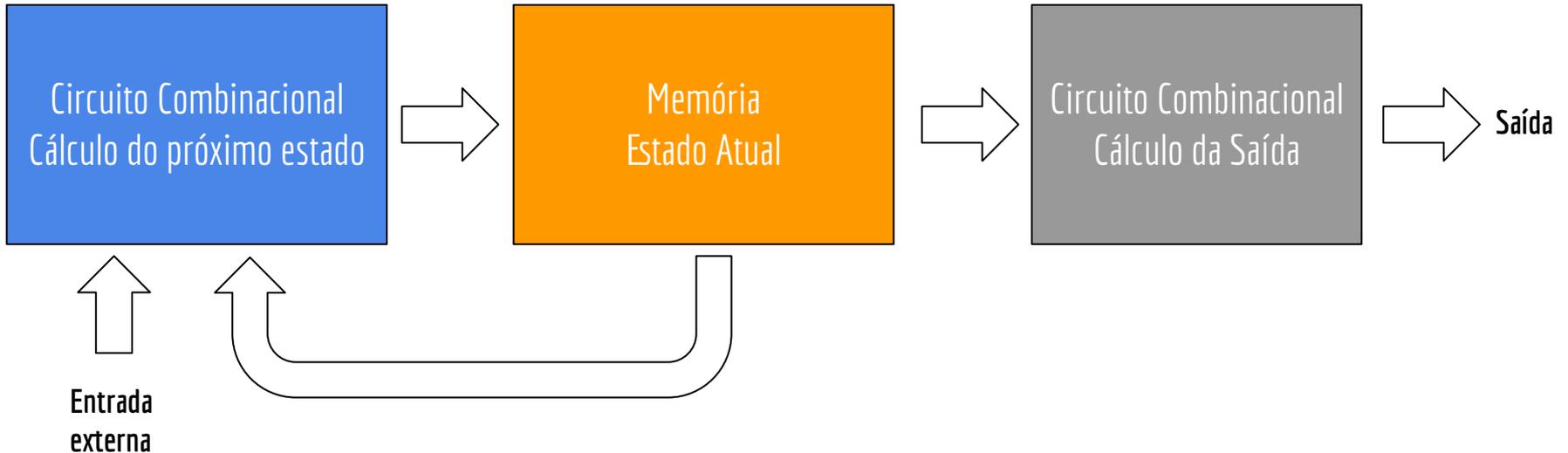


Diagrama de estados

Comumente utilizamos um diagrama de estados para modelar as FSM

Grafo

Vértices representam os estados

Arestas representam as transições entre estados

Estado

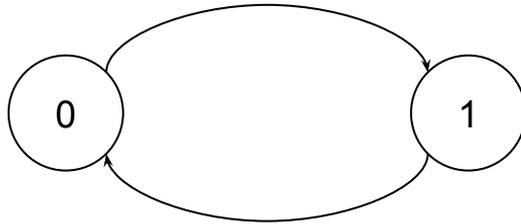
Um estado representa um **estágio do circuito**

Um pulso de clock (ou algo similar) dispara a troca de estado

O próximo estado depende do estado anterior e da entrada atual

Exemplo

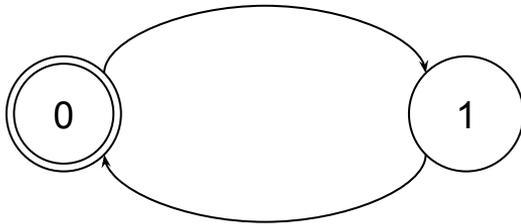
Uma máquina de estados que troca entre os estados 0→1→0→1... a cada pulso de clock



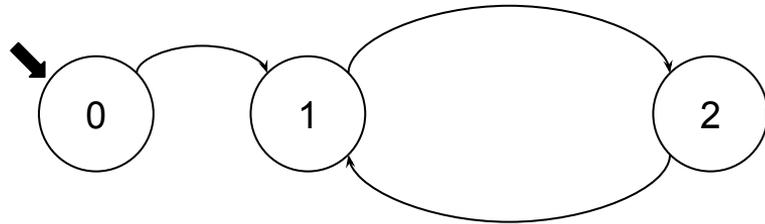
Estado inicial

O estado inicial da máquina geralmente é representado por um círculo duplo, ou por uma seta

Exemplo 1



Exemplo 2



Adicionando entradas

Podemos marcar uma transição de estados com uma entrada

Indica que a mudança de estado ocorre quando é recebido o pulso de clock e **determinada entrada**

Modelando uma catraca

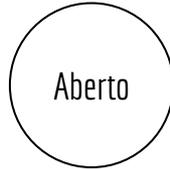
Vamos modelar uma catraca



Modelando uma catraca

Vamos modelar uma catraca

Você pode dar nomes aos estados



Saídas

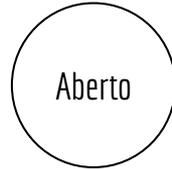
Em uma máquina de Moore, os estados possuem saídas atreladas

Lembre-se: com Moore, a saída depende do estado atual

Considere que a catraca possui uma trava e um LED.

Trava: travada ao enviar 1, aberta ao enviar 0

LED: vermelho ao enviar 0, verde ao enviar 1



Saídas

Em uma máquina de Moore, os estados possuem saídas atreladas

Lembre-se: com Moore, a saída depende do estado atual

Considere que a catraca possui uma trava e um LED.

Trava: travada ao enviar 1, aberta ao enviar 0

LED: vermelho ao enviar 0, verde ao enviar 1



Saídas

Em uma máquina de Moore, os estados possuem saídas atreladas

Lembre-se: com Moore, a saída depende do estado atual

Considere que a catraca possui uma trava e um LED.

Trava: travada ao enviar 1, aberta ao enviar 0

LED: vermelho ao enviar 0, verde ao enviar 1

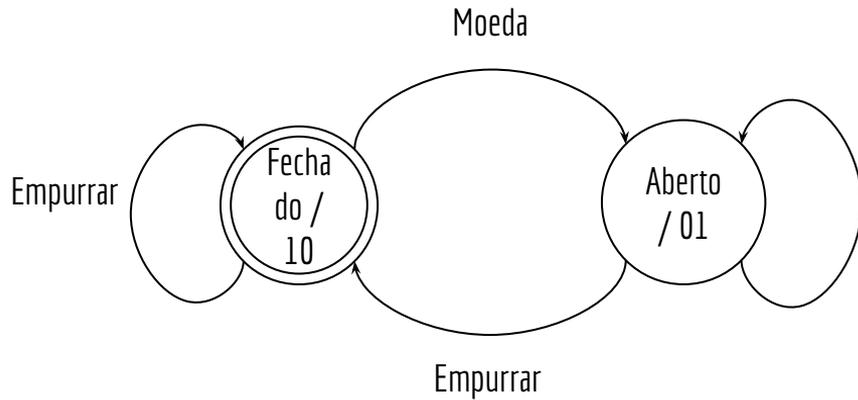


Saídas em cada estado



Modelando uma catraca

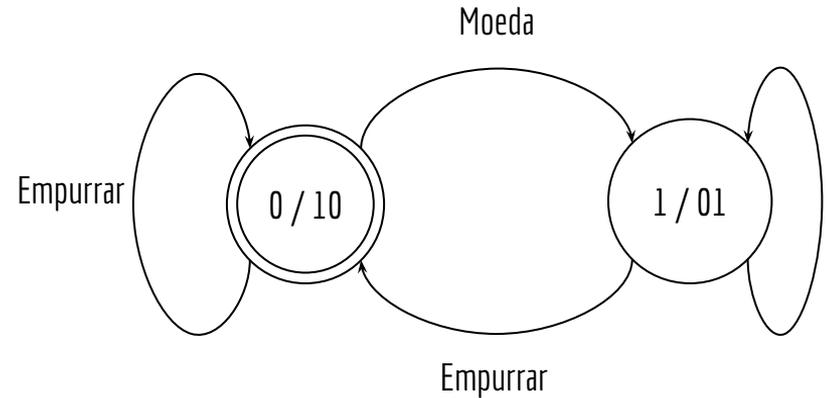
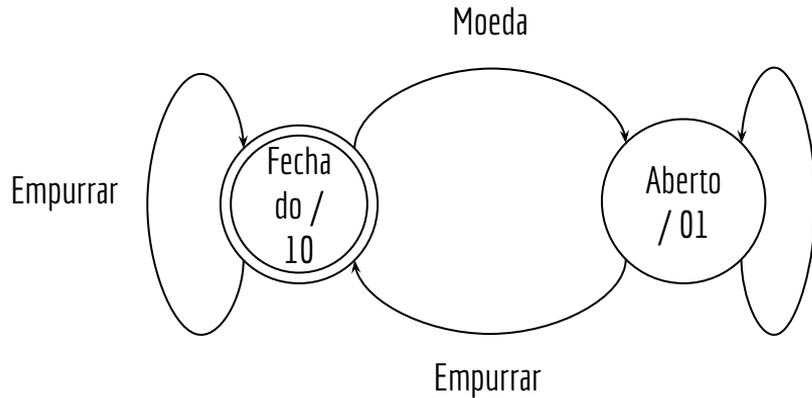
Vamos modelar uma catraca



Transformando em um circuito

Primeiro passo, dê um código (binário) para cada estado

Isso vai te ajudar a armazenar os estados na memória



Transformando em um circuito

Entradas			Saídas	
E_t	P	M	E_{t+1}	Saída
0	0	0	0	10
0	0	1	1	10
0	1	0	0	10
0	1	1	1	10
1	0	0	1	01
1	0	1	1	01
1	1	0	0	01
1	1	1	1	01

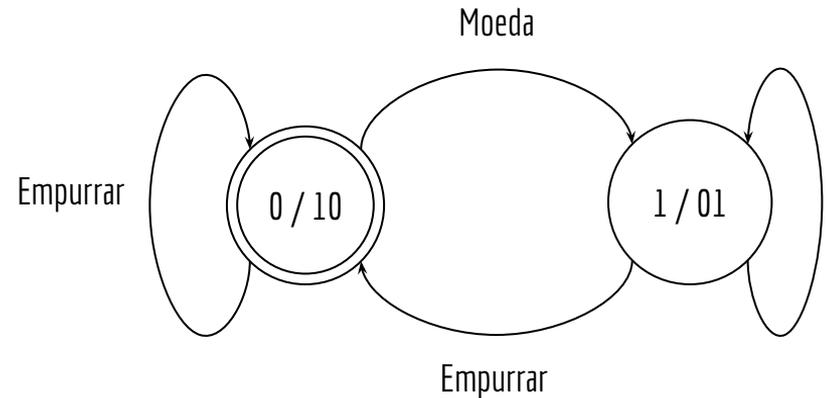
Faça uma tabela verdade

E_t e E_{t+1} : Estado atual e próximo

P: Empurrando

M: Moeda

Saída: saídas no led e no controle do braço da catraca



Flip-Flops

Vamos armazenar os estados em Flip-Flops

Vamos precisar de apenas um Flip-Flop para armazenar o estado atual nesse circuito

Você deve pensar em **qual entrada será necessária** para que o Flip-Flop escolhido armazene o valor que representa o estado

Se preciso, crie outra coluna na tabela

Nesse circuito, vamos usar Tipo D

A entrada no Flip-Flop é igual a E_{t+1}

Entradas			Saídas	
E_t	P	M	E_{t+1}	Saída
0	0	0	0	10
0	0	1	1	10
0	1	0	0	10
0	1	1	1	10
1	0	0	1	01
1	0	1	1	01
1	1	0	0	01
1	1	1	1	01

Circuito

Modele um circuito que calcula o próximo estado a partir da tabela verdade e do Flip-Flop escolhido

Use, por exemplo

- Álgebra de Boole

- Mapas de Karnaugh

Circuito

Entradas			Saídas	
E_t	P	M	E_{t+1}	Saída
0	0	0	0	10
0	0	1	1	10
0	1	0	0	10
0	1	1	1	10
1	0	0	1	01
1	0	1	1	01
1	1	0	0	01
1	1	1	1	01

	$\bar{P}\bar{M}$	$\bar{P}M$	PM	PM
\bar{E}_t	0	1	1	0
E_t	1	1	1	0

$$E_{t+1} = M + E_t \cdot \bar{P}$$

Circuito

Entradas			Saídas	
E_t	P	M	E_{t+1}	Saída
0	0	0	0	10
0	0	1	1	10
0	1	0	0	10
0	1	1	1	10
1	0	0	1	01
1	0	1	1	01
1	1	0	0	01
1	1	1	1	01

Faça o mesmo para cada uma das saídas

Máquina de Moore depende apenas do estado atual

Circuito

Entradas			Saídas	
E_t	P	M	E_{t+1}	Saída
0	0	0	0	10
0	0	1	1	10
0	1	0	0	10
0	1	1	1	10
1	0	0	1	01
1	0	1	1	01
1	1	0	0	01
1	1	1	1	01

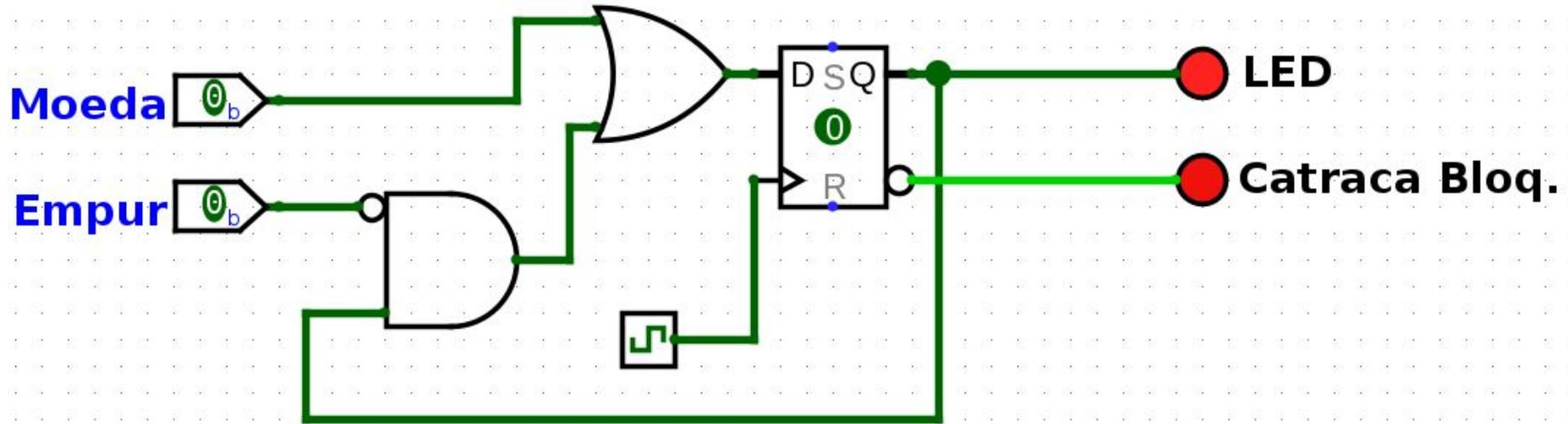
O primeiro bit da saída representa a catraca, e o segundo o LED.

Vamos chamar de S_C e S_L

$$S_C = \bar{E}_t$$

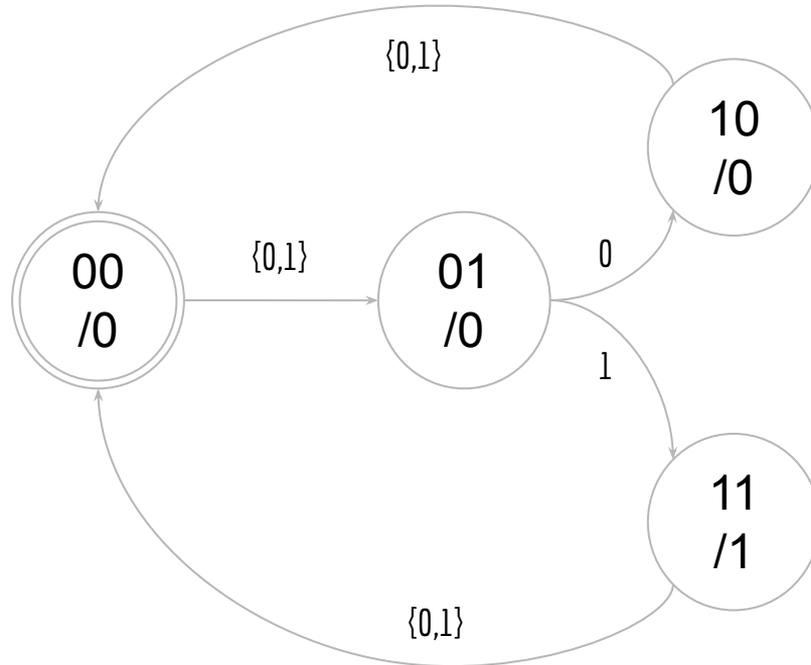
$$S_L = E_t$$

Circuito



Faça você mesmo

Faça o circuito para a seguinte máquina de estados



Dica: {0,1} é uma forma de dizer que a transição ocorre quando a entrada é 0 ou 1 (tanto faz).

Moore

Número de flip-flops para manter o estado: 2

Número de bits na entrada: 1

Número de bits na saída: 1

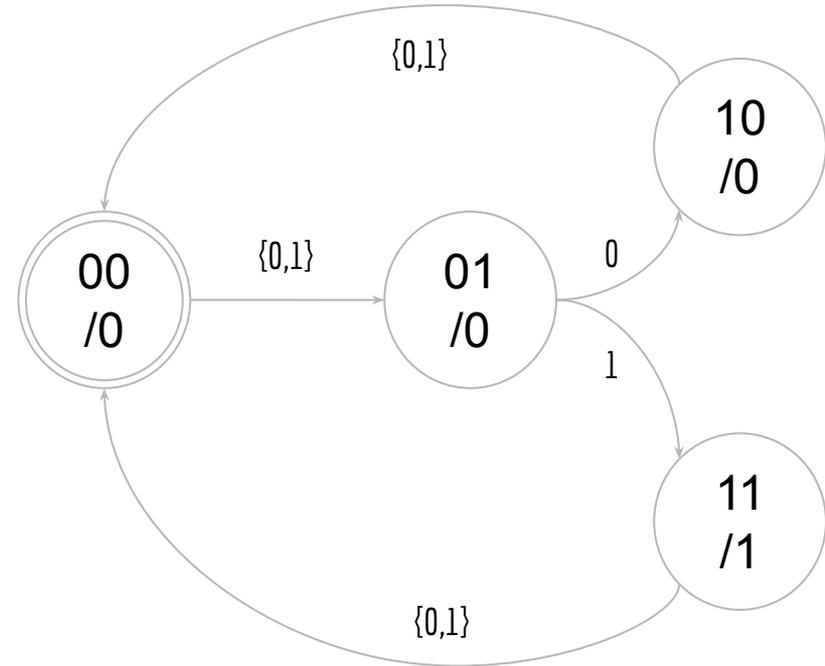


Tabela Verdade Com Flip-Flops Tipo D

Estado Atual		Entrada	Próximo Estado		Saída
D1	D0	E	P1	P0	S
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

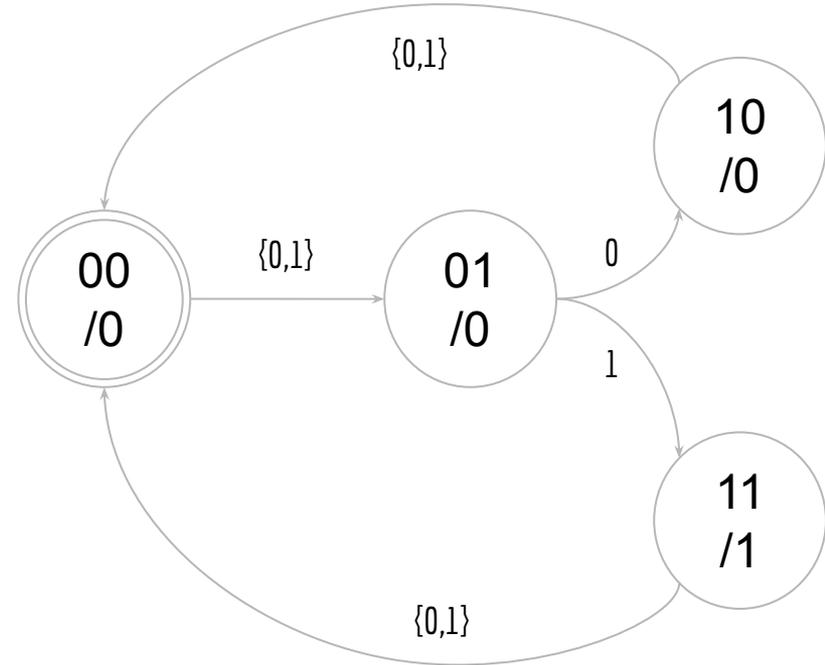


Tabela Verdade Com Flip-Flops Tipo D

Estado Atual		Entrada	Próximo Estado		Saída
D1	D0	E	P1	P0	S
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

$$S = D1.D0$$

Tabela Verdade Com Flip-Flops Tipo D

Estado Atual		Entrada	Próximo Estado		Saída
D1	D0	E	P1	P0	S
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

$$S = D1.D0$$

$$P1 = !D1.D0.!E + !D1.D0.E$$

$$P1 = !D1.D0.(!E + E)$$

$$P1 = !D1.D0$$

Tabela Verdade Com Flip-Flops Tipo D

Estado Atual		Entrada	Próximo Estado		Saída
D1	D0	E	P1	P0	S
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

$$S = D1.D0$$

$$P1 = !D1.D0.!E + !D1.D0.E$$

$$P1 = !D1.D0.(!E + E)$$

$$P1 = !D1.D0$$

$$P0 = !D1.!D0.!E + !D1.!D0.E + !D1.D0.E$$

$$P0 = !D1.!D0.(!E + E) + !D1.D0.E$$

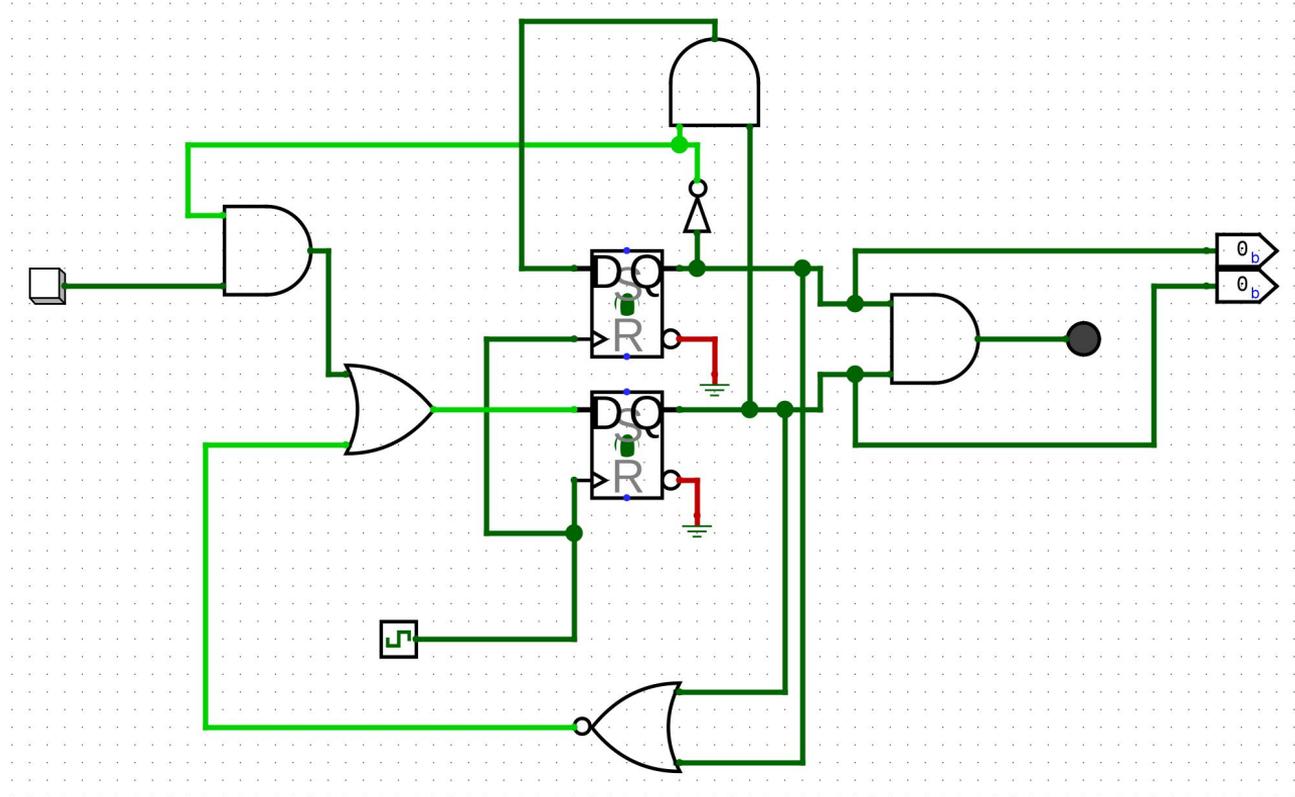
$$P0 = !D1.!D0 + !D1.D0.E$$

$$P0 = !D1.(!D0 + D0.E) \leftarrow !A + AB = !A + B$$

$$P0 = !D1.(!D0 + E)$$

$$P0 = !D1.!D0 + !D1.E$$

Circuito

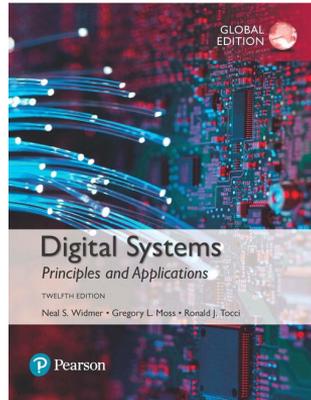


Exercícios

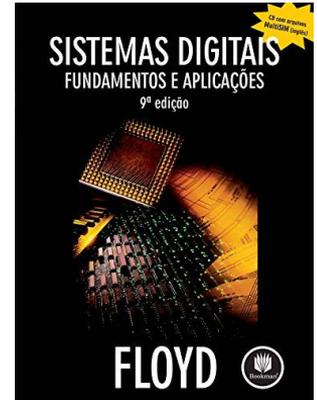
1. Assista a esse vídeo sobre como sincronizar (ou armazenar) uma entrada
 - a. youtu.be/e9rVVKUvj78
2. Faça uma máquina de estados para uma máquina de refrigerantes. Considere o seguinte
 - a. Para inicial, o usuário pressiona um botão indicando se quer um refrigerante de 3 ou de 4 reais
 - b. A máquina só aceita moedas de 1 real
 - i. Somente uma moeda pode ser inserida por vez
 - c. Quando o usuário insere a quantidade total necessária de moedas, a máquina serve o refrigerante (de 3 ou 4 reais, de acordo com a escolha inicial)
 - i. Feito isso, a máquina volta para o estado inicial

Referências

Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Thomas Floyd. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.



Licença

Este obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

