"Quanto menos alguém entende, mais quer discordar" (Galileu Galilei).

Bases

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

DSBD

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Bases

Nós nos acostumamos a trabalhar com a base 10

- Algarismos válidos são 0, 1, 2, ..., 9

Mas a escolha da base 10 é arbitrária

- Por que usamos a base 10?
- Existem outras bases que usamos no nosso dia a dia?

Digital

Nossos computadores são digitais

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2

Digital

Nossos computadores são digitais

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2

Na base 2, os únicos algarismos válidos são 0 e 1. O computador representa isso via sinais elétricos.

Por exemplo, podemos criar um circuito onde 0 Volts representa o número 0, e 5 Volts representa o número 1.

A base 2 tem um nome especial, chamamos de **base binária**.

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base que estamos trabalhando

Para a base 10: 0,1,2,...9

Para a base 2: 0 e 1

E para

8?

5?

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base que estamos trabalhando

Para a base 10: 0,1,2,...9

Para a base 2: 0 e 1

E para

8: 0,1,2,3,4,5,6,7

5: 0,1,2,3,4

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2$ qualquer, quais são os algarismos válidos para essa base?

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2$ qualquer, quais são os algarismos válidos para essa base?

$0, \dots, \beta-1$

Bases

Precisamos saber a base que estamos trabalhando para obter o valor de um número.

As bases serão **representadas como subscritos** nos números.

Caso a base seja omitida, assuma a base 10.

Exemplos

15 é o número *quinze* na base 10

11_{10} é o número *onze* na base 10

11_2 é o número *um um* na base binária.

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Qual algarismo tem “maior impacto” no número?

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

O 7 representa apenas 7 unidades

O 4 representa 40 unidades

O 3 representa 300 unidades

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Cada movimento para a esquerda aumenta em 10x o “impacto do número”

Sistema posicional

Em nossa forma ocidental de escrever

- O número **mais a esquerda** é o **mais significativo**
- O número **mais a direita** é o **menos significativo**

O dígito menos significativo está na posição 0, o valor a sua esquerda na posição 1, o próximo na posição 2, ...

Notação posicional

$$\underset{2\ 1\ 0}{347} \leftarrow \text{Posição}$$

Sistema posicional

347
2 1 0 ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição

0 -> tem um peso de 1 unidade

1 -> de 10 unidades

2 -> de 100 unidades

Qual o peso do algarismo na posição *n*?

Sistema posicional

$\underset{2\ 1\ 0}{347}$ ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição

0 tem um peso de 1 unidade = $10^0 = 1$

1 de 10 unidades = $10^1 = 10$

2 de 100 unidades = $10^2 = 100$

n de 10^n unidades

Sistema posicional

Podemos montar um polinômio que representa o nosso valor, bastando **multiplicar cada algarismo pelo seu peso**

$347 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir

1303

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir

$1303 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

Forma Polinomial

De **maneira geral**, um número **inteiro** em uma base β, representado por

$$(a_j a_{j-1} \dots a_2 a_1 a_0)_\beta \text{ , } 0 \leq a_K \leq \quad (\beta - 1), k = 0, \dots, j$$

Pode ser escrito na forma polinomial

$$a_j\beta^j + a_{j-1}\beta^{j-1} + \dots + a_2\beta^2 + a_1\beta^1 + a_0\beta^0$$

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

10110_2

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

$10110_2 = 1{\times}2^4 + 0{\times}2^3 + 1{\times}2^2 + 1{\times}2^1 + 0{\times}2^0$

Forma polinomial

Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β qualquer para decimal.**

$10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = \mathbf{22}_{10}$

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

243,51

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

243,51

Usando um raciocínio análogo, os algarismos após a vírgula valem uma fração da base, sendo que o primeiro vale 1/10 de unidades, o segudo 1/100 de unidades, ...

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

$243{,}51 = 2 \times 10^{2} + 4 \times 10^{1} + 3 \times 10^{0} + 5 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2}$

2 1 0 -1 -2

Racionais

Dessa forma, podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio

Exemplo: converta para a base 10

$123{,}02_4$

Racionais

Dessa forma, podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio

Exemplo: converta para a base 10

$123{,}02_4 = 1 \times 4^2 + 2 \times 4^1 + 3 \times 4^0 + 0 \times 4^{-1} + 2 \times 4^{-2} = 27{,}125_{10}$

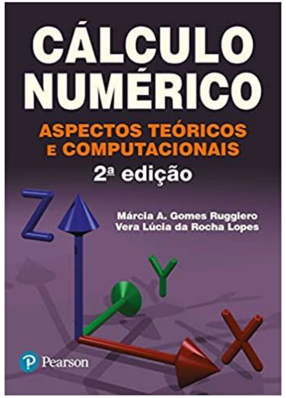
Exercícios

Converta os seguintes números para a base decimal. Faça os exercícios “passo a passo”, mostrando seus polinômios e resultado final.

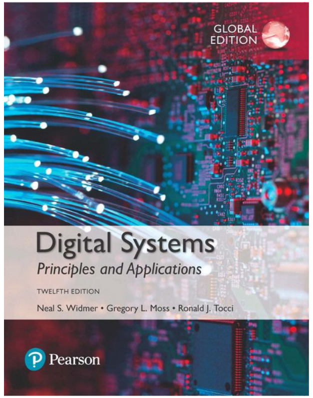
1. 1_2
2. 1000_2
3. 1101101_2
4. 10_8
5. 736_8
6. $11{,}01_2$
7. $5{,}47_8$
8. $1234{,}012345_5$

Referências

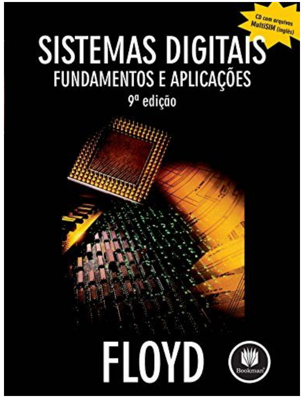
Marcia A. G. Ruggiero, Vera L. R. Lopes. Cálculo numérico aspectos teóricos e computacionais. 1996.



Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Thomas Floyd. Widmer. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.



Licença