

“Abandone toda esperança aquele que por aqui entrar.” (Divina Comédia)

# Simplificando Expressões- Pt 2

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

# Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Involução
$\overline{\overline{A}} = ?$

# Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Involução

$$\overline{\overline{A}} = A$$

# Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Cobertura	
Com E	$A.(A+B) = A$
Com OU	$A + A.B = A$

Variantes da Cobertura
$A + \bar{A}.B = A + B$
$\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$

# Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Consenso	
Com E	$A.B + \bar{A}.C + B.C = A.B + \bar{A}.C$
Com OU	$(A+B).(\bar{A}+C).(B+C) = (A+B).(\bar{A}+C)$

# Das aulas passadas...

$$\overline{A.B} = \overline{A}.B ???$$

# Das aulas passadas...

$$\overline{A.B} \neq \overline{A}.B$$

As expressões não são iguais

# Teoremas de De Morgan

De Morgan	
Com E	$\overline{A.B.C.D. \dots} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \dots$
Com OU	$\overline{A+B+C+D+ \dots} = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D}.\dots$



Augustus De Morgan (27/06/1806 - 18/03/1871) foi um matemático e lógico britânico. Formulou as leis de De Morgan e introduziu o termo e tornou rigoroso o conceito de indução matemática.

[en.wikipedia.org/wiki/Augustus\\_De\\_Morgan](https://en.wikipedia.org/wiki/Augustus_De_Morgan)



# XOR e XNOR

$$A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$$

$$\overline{A \oplus B} = A\bar{B} + A.B$$

# Simplificações Algébricas

Podemos simplificar as expressões através das leis e teoremas da Álgebra de Boole

Problemas

Não é óbvio qual teorema/lei usar para simplificar

Não existe forma simples de detectar se uma expressão já está em sua forma mais simples possível ou não

As simplificações vão exigir **treino**

# Simplificações Algébricas

Uma forma comum para iniciar a simplificação é transformar a expressão para uma **forma padrão**

Por exemplo, aplicando o Teorema de De Morgan e Distributivas

# Exemplo

Simplificar  $F = A.B.C + A.\bar{B}.\bar{A}.\bar{C}$

# Exemplo

$$F = A.B.C + A.\bar{B}.\bar{A}.\bar{C}$$

$$F = A.B.C + A.\bar{B}.(\bar{A}+\bar{C}) \quad \leftarrow \text{De Morgan}$$

$$F = A.B.C + A.\bar{B}.(A+C) \quad \leftarrow \text{Involução}$$

$$F = A.B.C + A.\bar{B}.A + A.\bar{B}.C \quad \leftarrow \text{Distributividade}$$

$$F = A.B.C + A.\bar{B} + A.\bar{B}.C \quad \leftarrow \text{Idempotência}$$

$$F = A.C(B+\bar{B}) + A.\bar{B} \quad \leftarrow \text{Distributividade}$$

$$F = A.C(1) + A.\bar{B} \quad \leftarrow \text{Complemento}$$

# Exemplo

$$F = A.C(1) + A.\bar{B} \quad \leftarrow \text{Complemento}$$

$$F = A.C + A.B \quad \leftarrow \text{Elemento Neutro}$$

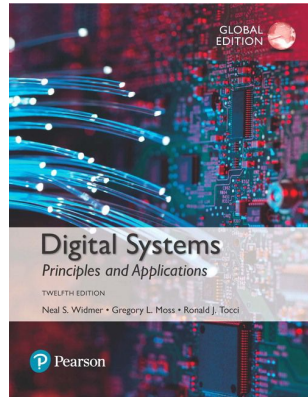
$$F = A.(B+C) \quad \leftarrow \text{Distributividade}$$

# Exercícios

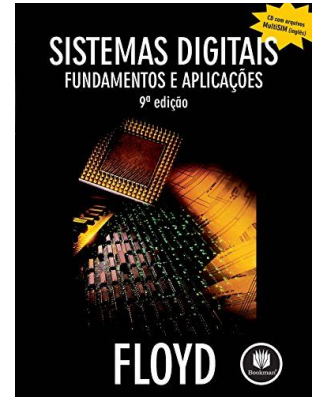
1. Utilizando tabelas verdade, prove que os seguintes teoremas dados em aula estão corretos:
  - a.  $A + A.B = A$
  - b.  $A + \bar{A}.B = A + B$
  - c.  $\bar{A} + A.B = \bar{A} + B$
2. Simplifique as expressões postadas no Moodle.

# Referências

Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Thomas Floyd. Widmer. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.





# Licença

Este obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

