

Estratégia de Pivoteamento Parcial

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

2021

Conteúdo da Aula

- Eliminação de Gauss
 - Estratégia de Pivoteamento Parcial

1 Estratégias de Pivoteamento

No método da Eliminação de Gauss precisamos dos multiplicadores:

$$m_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}, i = k + 1, \dots, n$$

Em cada etapa k do processo. Podemos ter os seguintes problemas:

- Se o pivô for nulo?
 - Nesse caso temos uma divisão por zero.
- Se o pivô estiver próximo de zero?
 - Resultados imprecisos (precisão finita em máquinas).
 - Multiplicadores grandes que ampliam os erros de arredondamento

Pivoteamento Parcial

i) No início da etapa k escolher para pivô o elemento de maior módulo entre os coeficientes:
 $a_{ik}^{(k-1)}, i = k, k + 1, \dots, n$

ii) Se necessário, trocar $L_i \leftrightarrow L_k$

Exemplo:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Logo:

$$A^{(0)}|b^{(0)} = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & 3 \end{array} \right)$$

Etapa 1: L_3 possui o maior pivô em módulo, então:

$$L_3 \leftrightarrow L_1$$

$$A^{(0)}|b^{(0)} = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{array} \right)$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - 1/4L_1$$

$$L_3 \leftarrow L_3 - 3/4L_1$$

$$A^{(1)}|b^{(1)} = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & 0.25 & 2.5 & 1.25 \\ 0 & -0.25 & 5.5 & -1.25 \end{array} \right)$$

Etapa 2:

Ambos pivôs possuem o mesmo valor em módulo, então não precisamos trocar linhas.

$$L_3 \leftarrow L_3 + L_2$$

$$A^{(1)}|b^{(1)} = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & 0.25 & 2.5 & 1.25 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \end{array} \right)$$

Logo:

$$x^* = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

DICA

Em sistemas reais, você deve levar em consideração ainda o custo computacional em se trocar as linhas de posição na matriz.

Em C e C++ por exemplo, o custo computacional da troca de linhas pode ser reduzido através do uso de ponteiros – o ponteiro aponta para a linha corrente, e para realizar a troca, basta realizar a troca de endereços nos ponteiros.

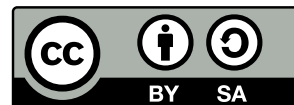
2 Exercícios

1) Resolva o seguinte sistema linear utilizando o pivoteamento parcial:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 1x_3 - 1x_4 = 5 \\ 0x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 3x_4 = 6 \\ 0x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 7 \\ 0x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 0x_4 = 15 \end{cases}$$

3 Licença

Esta obra tem a licença [Creative Commons “Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).



Referências

RUGGIERO, M.; LOPES, V. da R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. [S.l.]: Makron Books do Brasil, 1996.