“Abandone toda esperança aquele que por aqui entrar” (Divina Comédia).

Simplificando Expressões- Pt 2

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DSBD

Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Involução
$\overline{\overline{A}} = ?$

Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Involução
$\overline{\overline{A}} = A$

Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Cobertura	
Com E	$A.(A+B) = A$
Com OU	$A + A.B = A$

Variantes da Cobertura
$A + \overline{A}.B = A + B$
$\overline{A} + A.B = \overline{A} + B$

Leis e Teoremas da Álgebra de Boole

Consenso	
Com E	$A.B + \overline{A}.C + B.C = A.B + \overline{A}.C$
Com OU	$(A+B).(\overline{A}+C).(B+C) = (A+B).\ (\overline{A}+C)$

Das aulas passadas...

$\overline{A.B} = \overline{A}.\overline{B}$???

Das aulas passadas...

$\overline{A.B} \neq \overline{A}.\overline{B}$

Teoremas de De Morgan

De Morgan	
Com E	$\overline{A.B.C.D.\ ...} = \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}+\ ...$
Com OU	$\overline{A+B+C+D+\ ...} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D}.\ ...$

Augustus De Morgan (27/06/1806 - 18/03/1871) foi um matemático e lógico britânico. Formulou as leis de De Morgan e introduziu o termo e tornou rigoroso o conceito de indução matemática.

en.wikipedia.org/wiki/Augustus_De_Morgan

XOR e XNOR

$A \oplus B = \overline{A}.B + A.\overline{B}$
$\overline{A \oplus B} = A.B + \overline{A}.\overline{B}$

Simplificações Algébricas

Podemos simplificar as expressões através das leis e teoremas da Álgebra de Boole.

Problemas:

- Não é óbvio qual teorema/lei usar para simplificar.
- Não existe forma simples de detectar se uma expressão já está em sua forma mais simples possível ou não.
- As simplificações vão exigir **treino.**

Simplificações Algébricas

Uma forma comum para iniciar a simplificação é transformar a expressão para uma **forma padrão.**

Por exemplo, aplicando o Teorema de De Morgan e Distributivas.

Exemplo

Simplificar $F = A.B.C + A.\overline{B}.\overline{\overline{A}.\overline{C}}$

Exemplo

$F = A.B.C + A.\bar{B}.\overline{\bar{A}.\bar{C}}$

$F = A.B.C + A.\bar{B}.(\bar{\bar{A}}+\bar{\bar{C}})$ <- De Morgan

$F = A.B.C + A.\bar{B}.(A+C)$ <- Involução

$F = A.B.C + A.\bar{B}.A + A.\bar{B}.C$ <- Distributividade

$F = A.B.C + A.\bar{B} + A.\bar{B}.C$ <- Idempotência

$F = A.C(B+\bar{B}) + A.\bar{B}$ <- Distributividade

$F = A.C(1) + A.\bar{B}$ <- Complemento

Exemplo

$F = A.C(1) + A.\overline{B}$ <- Complemento

$F = A.C + A.\overline{B}$ <- Elemento Neutro

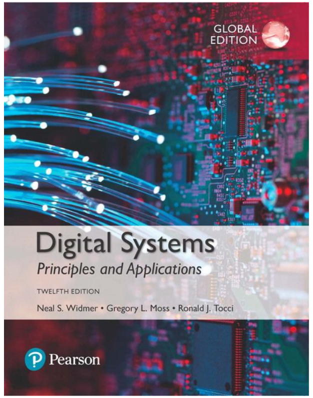
$F = A.(\overline{B}+C)$ <- Distributividade

Exercícios

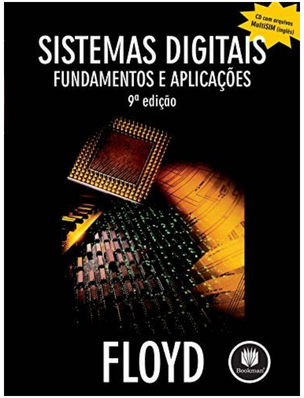
1. Utilizando tabelas verdade, prove que os seguintes teoremas dados em aula estão corretos:
   a. $A + A.B = A$
   b. $A + \overline{A}.B = A + B$
   c. $\overline{A} + A.B = \overline{A} + B$
2. Simplifique as expressões postadas no Moodle.

Referências

Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Thomas Floyd. Widmer. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.



Licença