

“Quanto menos alguém entende, mais quer discordar” (Galileu Galilei).

Bases

Paulo Ricardo Lisboa de Almeida



Bases

Nós nos acostumamos a trabalhar com a base 10.

Algarismos válidos são 0, 1, 2, ..., 9.

Mas a escolha da base 10 é arbitrária.

Por que usamos a base 10?

Existem outras bases que usamos no nosso dia a dia?

Digital

Nossos computadores são digitais.

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2.

Digital

Nossos computadores são digitais.

Possuem representações discretas (e não contínuas) e geralmente trabalham na base 2.

Na base 2, os únicos algarismos válidos são 0 e 1.

O computador representa isso via **sinais elétricos**.

Por exemplo, podemos criar um circuito onde:

0 Volts representa o número 0;

5 Volts representa o número 1.

A base 2 tem um nome especial, chamamos de **base binária**.

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base.

Para a base 10: 0, 1, 2, ..., 9.

Para a base 2: 0 e 1.

E para:

8?

5?

Bases

O conjunto de algarismos válidos é dado de acordo com a base.

Para a base 10: 0, 1, 2, ..., 9.

Para a base 2: 0 e 1.

E para:

8: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

5: 0, 1, 2, 3, 4.

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2 \in \mathbb{N}$, quais são os algoritmos válidos para essa base?

Bases

De maneira geral, dada uma base $\beta \geq 2 \in \mathbb{N}$, quais são os algarismos válidos para essa base?

$0, \dots, \beta-1.$

Bases

Precisamos saber a base que estamos trabalhando para obter o valor de um número.

As bases serão **representadas como subscritos** nos números.

Caso a base seja omitida, assuma a base 10.

Exemplos.

15 é o número *quinze* na base 10.

11_{10} é o número *onze* na base 10.

11_2 é o número *um um* na base binária.

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Qual algarismo tem “maior impacto” no número?

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

O 7 representa apenas 7 unidades.

O 4 representa 40 unidades.

O 3 representa 300 unidades.

Sistema posicional

Nossos sistemas de numeração são posicionais. Considere o exemplo na base 10:

347

Cada movimento para a esquerda aumenta em 10x o número.

Sistema posicional

O dígito mais à esquerda é o mais significativo.

O dígito mais à direita é o menos significativo.

O dígito menos significativo está na posição 0, o valor à sua esquerda na posição 1, o próximo na posição 2, ...

Notação posicional

347

2 1 0 ← Posição

Sistema posicional

347
2 1 0 ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição:

0 -> tem um peso de 1 unidade.

1 -> de 10 unidades.

2 -> de 100 unidades.

Qual o peso do algarismo na posição n ?

Sistema posicional

347
2 1 0 ← Posição

Na notação posicional (na base 10), o algarismo na posição:

0 tem um peso de 1 unidade = $10^0 = 1$.

1 de 10 unidades = $10^1 = 10$.

2 de 100 unidades = $10^2 = 100$.

n de 10^n unidades.

Sistema posicional

Podemos montar um polinômio que representa o valor, **multiplicando cada algarismo pelo seu peso.**

$$347 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir:

1303

Faça você mesmo

Mostre o polinômio para o valor a seguir:

$$1303 = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

Forma Polinomial

De **maneira geral**, um número **inteiro** em uma base β , representado por

$$(a_j a_{j-1} \dots a_2 a_1 a_0)_\beta, 0 \leq a_k \leq (\beta - 1), k = 0, \dots, j.$$

pode ser escrito na forma polinomial

$$a_j \beta^j + a_{j-1} \beta^{j-1} + \dots + a_2 \beta^2 + a_1 \beta^1 + a_0 \beta^0$$

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

10110_2

Faça você mesmo

Mostre a forma polinomial do valor a seguir:

$$10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

Faça você mesmo

Através da forma polinomial **podemos transformar de uma base β para decimal.**

$$10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 22_{10}$$

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

243,51

Forma polinomial

E como fica o polinômio para o valor a seguir?

$$\underset{\substack{2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -2}}{243,51} = 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2}$$

Racionais

Podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio.

Exemplo: converta para a base 10.

$123,02_4$

Racionais

Podemos converter um racional de uma base β para base 10 resolvendo o polinômio.

Exemplo: converta para a base 10.

$$123,02_4 = 1 \times 4^2 + 2 \times 4^1 + 3 \times 4^0 + 0 \times 4^{-1} + 2 \times 4^{-2} = 27,125_{10}$$

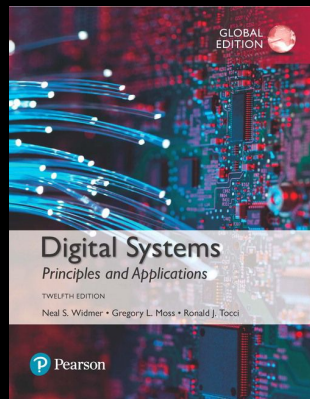
Exercícios

Converta os seguintes números para a base decimal. Faça os exercícios passo a passo, mostrando seus polinômios e o resultado final.

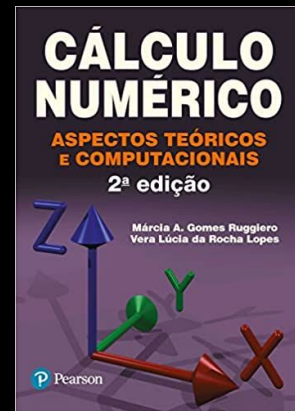
1. 1_2
2. 1000_2
3. 1101101_2
4. 10_8
5. 736_8
6. $11,01_2$
7. $5,47_8$
8. $1234,01234_5$

Referências

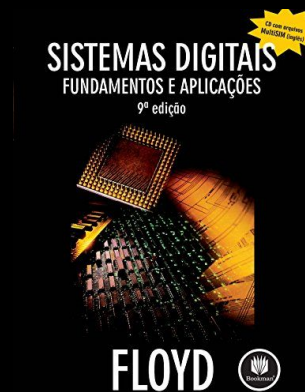
Ronald J. Tocci, Gregory L. Moss, Neal S. Widmer. Sistemas digitais. 10a ed. 2017.



Marcia A. G. Ruggiero, Vera L. R. Lopes. Cálculo numérico aspectos teóricos e computacionais. 1996.



Thomas Floyd. Widmer. Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações. 2009.



Licença

Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).